CÀLCUL NUMÈRIC i SIMULACIÓ **Examen Final** **26–6–98.**

1. Considerem un procès iteratiu $x_{n+1} = f(x_n)$, definiu el següents conceptes:
   (i) Órbita d'un punt.
   (ii) Punt fixe i la seva estabilitat.
   (iii) Punt n-periòdic i la seva estabilitat.

2. Quins punts es representen al fer el dibuix d'un conjunt de Julia?

3. Com es decideix el color d'un punt al representar un conjunt de Mandelbrot?

4. En l'examen de pràctiques obteniem el dibuix del diagrama de bifurcacions corresponent al comportament del mètode iteratiu de Newton aplicat sobre la família de funcions $f_\lambda(x) = x^3 + \lambda x + 1$. El dibuix era pràcticament igual a una cascada de bifurcacions de Feigenbaun. Expliqueu aquest resultat.

   (`Indicació`: Representeu una funció amb la que el mètode de Newton oscil.li entre dos punts).

5. Donada la iteració definida per $x_{n+1} = f(x_n)$ on la funció $f(x) = x^2 + c$, denotarem per x_p els seus punts 2-periòdics.
   (i) Doneu els valors de c pels quals x_p són punts reals.
   (ii) Calculeu el multiplicador associat m_2 en funció de c.
   (iii) Per quins valors de c els punts x_p són atractors?

   (`Indicació`: Els punts fixes també són 2-periòdics, per aïllar-los cal fer la divisió polinòmica entre les dues expressions.)

6. Utilitzeu el mètode d'Euler per calcular $(x(0.2), y(0,2))$ en el sistema d'equacions diferencials
$$\begin{cases} \dot{x} &= (1+t)\sin((x-t)y) \\ \dot{y} &= t\sin(x(y-t)) \end{cases}$$
   amb pas $h = 0.1$ i condició inicial $x(0) = 1, y(0) = 1$.

7. Feu l'estudi qualitatiu del comportament del següent model de competició:
$$\dot{x}_1 = x_1(1 - \frac{x_1}{2}) - 2x_1x_2,$$
$$\dot{x}_2 = x_2(1 - \frac{x_2}{4}) - x_1x_2.$$

La puntuació de l'examen és sobre 10.
Els exercicis 1 a 4 valen 1 punt i la resta 2 punts.

CÀLCUL NUMÈRIC i SIMULACIÓ **Examen pràctic** **25–5–98.**

1. Es vol calcular l'òrbita periòdica del següent model depredador–presa:

$$\begin{cases} \dot{x} &= rx(1 - \frac{x}{k}) - \beta\frac{xy}{\alpha+x} \\ \dot{y} &= sy(1 - \frac{y}{\mu x}) \end{cases}$$

   amb els valors $r = \beta = 3.0 \quad \alpha = \mu = 4.0$ i $k = 11.0$.

   Preneu com a condició inicial $x(0) = 2, y(0) = 7.5$ i utilitzeu $x = 2.0$ com a superfície de secció. Feu la integració amb pas inicial $h = 0.01 \quad h_{min} = 0.001$ i $h_{max} = 0.1$. Les toleràncies que admetrem seran `1.e-12` per l'integrador `rk45f`, `1.e-14` pel punt sobre la secció (*Newton*) i `1.e-10` pel valor de l'òrbita periòdica.

   Doneu els resultats següents (escriviu a mà les respostes):

   - Nombre de vegades que cal aplicar l'algorisme d'Aitken=
   - Valor de la y pel punt de l'òrbita periòdica=
   - Valor del seu període=

2. Volem il.lustrar amb un dibuix el diagrama de bifurcacions que obtenim quan estudiem el comportament del mètode iteratiu de Newton aplicat sobre la família de funcions $f_\lambda(x) = x^3 + \lambda x + 1$.

   Considereu la finestra de dibuix en coordenades (x, λ) que va del vèrtex inferior $(-0.19, -1.3)$ al superior $(0.22, -1.25)$ i feu una subdivisió de l'eix λ en 300 parts.

   Per a cada valor de λ preneu sempre el mateix punt inicial $x_0 = 0$ i feu 100 iteracions del mètode de Newton. Dibuixeu únicament els punts obtinguts (x_n, λ) a partir de la iteració 20 fins a la 100.

   - El dibuix obtingut recorda una pràctica del curs digues quina?

Els fitxers de l'examen es diran **examen1.c** i **examen2.c** respectivament.
Els exercicis valen igual i la puntuació de l'examen és sobre 4.
Durada 2 hores.

CÀLCUL NUMÈRIC I SIMULACIÓ Examen Final. (ETSEIB) 18–6–99

1. Donat el sistema de EDO's
$$\dot{x} = f(x, y),$$
$$\dot{y} = g(x, y).$$
(i) Expliqueu en què consisteix fer una secció de Poincaré per $x = x_0$.

(ii) Dins la pràctica del càlcul de l'órbita periòdica del model depredador-presa, expliqueu perquè i de quina manera s'utilitza l'acceleració d'Aitken.

2. Donada la funció $f(x) = x^3 + x - 1000$, sabem que té un zero dins l'interval [9,10]. Definiu dos esquemes iteratius de punt fixe l'un convergent i l'altre divergent per aquest cas (cal justificar-ho).

3. Considereu el següent model depredador-presa:
$$\begin{cases} \dot{x}_1 = k_1 x_1 (1 - \dfrac{x_1}{s_1}) - \alpha_1 x_1 x_2, \\ \\ \dot{x}_2 = k_2 x_2 (1 - \dfrac{x_2}{s_2}) + \alpha_2 x_1 x_2, \end{cases}$$
on $k_1 = k_2 = 3, \quad s_1 = s_2 = 1, \quad \alpha_1 = 1, \quad \alpha_2 = 3.$

(i) Trobeu els punts fixes del sistema.

(ii) Estudieu la seva estabilitat lineal.

4. Volem aproximar numèricament la solució de l'equació diferencial logística :
$$\dot{x} = \lambda x (1 - x), \qquad x(0) = \frac{1}{2}.$$
Fixant $\lambda = 2$ la solució exacta és $x(1) = \frac{1}{e^{-2}+1} \simeq 0.880797$.

(i) Escribiu l'expressió dels mètodes d'Euler endavant i enrera en funció d'un pas genèric $h > 0$.

(ii) Per $h = \frac{1}{3}$, aproximeu el valor $x(1)$ amb els dos mètodes.

(iii) Doneu l'error relatiu comès en els valors obtinguts anteriorment.

CÀLCUL NUMÈRIC I SIMULACIÓ   Examen pràctic. (ETSEIB) 18–6–99

1. Volem trobar els zeros de la funció $f(x) = x - \varepsilon \sin(x) - \mu$. a partir del valor inicial $x_0 = \varepsilon + \mu$ i amb una tolerància de 10^{-12} (condició $|f(x)| < 10^{-12}$). Els mètodes que s'han d'utilitzar són el mètode de Newton i el de Halley, que es defineix com

$$x_{n+1} = x_n - \frac{f(x_n)}{f'(x_n)} \left(1 + \frac{f(x_n) f''(x_n)}{2(f'(x_n))^2} \right).$$

Ompliu les següents taules de resultats fent servir el format **%24.16e** per escriure els doubles.

(i) Per a $\varepsilon = 0.9, \quad \mu = 0.1$

	n–iter	resultat final
Newton		
Halley		

(ii) Anàlogament, per a $\varepsilon = 0.999, \quad \mu = 0.005$

	n–iter	resultat final
Newton		
Halley		

(iii) A partir dels resultats anteriors que es pot conjecturar sobre l'ordre del mètode de Halley?

2. La següent acció defineix el sistema iteratiu anomenat aplicació Standard.

```
void StandardMap (double *x, double *y) {
 double dospi=6.28318530718;
 double K=1.11;
  *y += K*sin(*x);
  *x += *y;
  *x = fmod(*x,dospi);
  if (*x<0.0) *x += dospi;
};
```

Volem coneixer el dibuix de les seves órbites. Per això es proposen els següents passos:

- Preneu la finestra de dibuix que té d'extrems els punts (0,0) i $(2\pi, 2\pi)$ respectivament.
- Considereu com a valors inicials els punts situats sobre l'eix $x = \pi$ que recorrerem amb pas $h = \frac{2\pi}{30}$.
- Per cada punt inicial pinteu tots els punts de la seva órbita fins a $n = 300$ iteracions.
- Finalment, feu el mateix prenent ara els valors inicials sobre l'eix $y = \pi$.

CÀLCUL NUMÈRIC I SIMULACIÓ Examen Final. (ETSEIB) 15–6–00

1. Donada la funció $f(x) = x^3 + x - 1000$, sabem que té un zero dins l'interval [9,10]. Definiu dos esquemes iteratius de punt fixe l'un convergent i l'altre divergent per aquest cas (cal justificar-ho).

2. Considereu el següent model depredador-presa:

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = k_1 x_1 (1 - \dfrac{x_1}{s_1}) - \alpha_1 x_1 x_2, \\ \\ \dot{x}_2 = k_2 x_2 (1 - \dfrac{x_2}{s_2}) + \alpha_2 x_1 x_2, \end{cases}$$

   on $k_1 = k_2 = 1, \quad s_1 = s_2 = 2, \quad \alpha_1 = 1, \quad \alpha_2 = 3.$

   (i) Trobeu els punts fixes del sistema i estudieu la seva estabilitat.

   (ii) Feu l'esquema del retrat de fases.

   (i) Escribiu l'expressió dels mètodes d'Euler endavant i enrera en funció d'un pas genèric $h > 0$.

   (ii) Per $h = \frac{1}{3}$, aproximeu el valor $x(1)$ amb els dos mètodes.

   (iii) Doneu l'error relatiu comès en els valors obtinguts anteriorment.

3. Calculeu la solució $x(0.4)$ de l'equació diferencial de segon ordre

$$\ddot{x} + t\dot{x} + sin((1-t)x) = 0,$$

   a partir de la condició inicial $x(0) = 1.0$, $\dot{x}(0) = 0.1$, utilitzant el mètode d'Euler amb pas $h = 0.2$.

CÀLCUL NUMÈRIC I SIMULACIÓ   Examen pràctic. (ETSEIB) 31–5–00

Nom i Cognoms:

1. Tenim un dau trucat en el que la probabilitat d'obtenir un 1 és 0.3, d'obtenir un 3 és 0.5 i la resta de valors són equiprobables. Els resultats que volem fan referència a la tirada 2000 i al total de tirades d'aquest dau que seran 100000.

   Ompliu la següent taula de resultats a partir de diferents llavors inicials. Les columnes indiquen:

   $y_{2000} \rightarrow$ valor de la variable uniforme [0,1] obtinguda en la tirada 2000.

   $R_{2000} \rightarrow$ valor del dau (de 1 a 6) que correspon a la tirada 2000.

   $F_6 \rightarrow$ freqüència absoluta corresponent al valor 6 al final de tota la simulació.

llavor	y_{2000}	R_{2000}	F_6
1234			
9876			

2. Volem estudiar el comportament del model **depredador-presa** que està definit pel sistema d'equacions diferencials:

$$x' = 2x(1 - \frac{x}{11}) - \frac{2xy}{5+x}$$

$$y' = 0.1\ y(1 - \frac{y}{4x})$$

   per això proposen els següents passos,

   - Preneu la finestra de dibuix que té d'extrems els punts $(-0.1, -0.1)$ i $(12,\ 7.5)$ respectivament.
   - En tots els càlculs utilitzeu una tolerància de 10^{-12} i un temps final de 300.

- Per entendre el retrat de fases en primer lloc només dibuixarem dues òrbites i posteriorment les de la diagonal principal.
  (a) Dibuixeu en color *blau* l'òrbita corresponent al punt inicial $(0.5,\ 0.5)$ i en color *vermell* la corresponent al punt inicial $(1.5,\ 5.6)$.
  (**Obs.** *Per entendre el comportament és millor fer el càlcul en primer lloc amb temps final=50*)
  (b) Dibuixeu en color *groc* les òrbites corresponents a valors inicials presos sobre la recta $y = x$, començant al punt $(1, 1)$ i amb un increment entre punts de 0.5 .
- Descriu quins **objectes invariants** pots reconèixer:

CÀLCUL NUMÈRIC i SIMULACIÓ **Examen Final** **26–6–2001.**

1. D'una circumferència centrada a l'origen en coneixem un dels seus punts (x, y) amb un cert error de mesura. Si els valors obtinguts són $x = 1.0 \pm 0.01$ i $y = 2.5 \pm 0.02$, calculeu l'error absolut amb que podem obtenir el seu radi. (1 punt)

2. Per la iteració $x_{n+1} = 4\sin(x_n) + 1$, calculeu *numèricament*, amb error més petit que 10^{-12}, l'£nic punt fixe positiu dins l'interval [-4,4]. Determineu la seva estabilitat.

   (3 punts)

3. Donat un mètode de congruència multiplicativa $X_{i+1} = (aX_i) \bmod m$,

   (a) Quin és el per¡ode màxim d'una òrbita qualsevol?

   (b) Per $a = 2$ i $m = 7$, calculeu l'òrbita del punt $x_0 = 2$.

   (c) Per $a = 2$, $m = 50$, doneu l'òrbita més curta que pugueu amb $x_0 \neq 0$.

   (1 punt)

4. Pel sistema d'equacions lineals

$$\left\{ \begin{array}{l} 3x + 2y - z = 2 \\ x - y + z = 1 \\ x + 2y - 3z = 4 \end{array} \right. ,$$

   doneu els esquemes iteratius de resolució corresponents als mètodes de Jacobi i al de Gauss-Seidel. (2 punts)

5. Utilitzeu el mètode d'Euler per calcular $(x(0.2), y(0.2))$ en el sistema d'equacions diferencials

$$\left\{ \begin{array}{ll} \dot{x} & = (1+t)xy \\ \dot{y} & = x(y-t) \end{array} \right.$$

   amb pas $h = 0.1$ i condició inicial $x(0) = 1, y(0) = 2$. (3 punts)

CÀLCUL NUMÈRIC I SIMULACIÓ   Examen pràctic. (ETSEIB) 25–5–01

Nom i Cognoms:

1. Donada la funció $f(x) = 4\sin(x) + 1 - x$, volem estudiar els seus zeros dins l'interval $[-4, 4]$. Contesteu les següents preguntes:
   (a) Quants zeros té $f(x)$ en aquest interval? $\boxed{\text{nZeros=}\qquad}$
   (b) A partir d'un valor inicial x_0 i del mètode de Newton ompliu la següent taula on n és el nombre total de passos que calen per obtenir $|f(x_n)| < 10^{-10}$.

x_0	n	x_n	$f(x_n)$
3.0			
-2.0			

2. Volem estudiar el comportament del sistema d'equacions diferencials:

$$x' = -y - x(\mu - r)(\mu - 2r)$$
$$y' = x - y(\mu - r)(\mu - 2r)$$

   on $r = x^2 + y^2$.

   Preneu la finestra de dibuix que té d'extrems els punts $(-1.8, -1.8)$ i $(1.8,\ 1.8)$ respectivament. En tots els càlculs utilitzeu una tolerància de $\mathbf{10^{-12}}$, un temps final de **10** i el valor $\mu = \mathbf{1.3}$

   (a) Dibuixeu les òrbites corresponents a valors inicials sobre els costats de la finestra de dibuix. Preneu **20** òrbites sobre cada costat.
   (b) Anàlogament, per els valors inicials sobre les dues diagonals principals. utilitzeu un color diferent i **100** òrbites per cada diagonal.
   (c) Descriu quins **objectes invariants** pots reconèixer:

Els fitxers de l'examen es diran **examen1.c** i **examen2.c** respectivament

CÀLCUL NUMÈRIC i SIMULACIÓ **Examen Final** **6–6–2002.**

1. Doneu una fita de l'error absolut comès en calcular $f(3)$ a partir de la funció
$$f(x) = x^3 + 3\sin(x + a^2) - 4abx,$$
si $a = 2.0 \pm 0.01$ i $b = 1.0 \pm 0.02$. (1 punt)

2. Considerem la iteració logística :
$$x_{n+1} = \lambda x_n(1 - x_n) \qquad \text{amb } \lambda = 3.1$$
   (a) Calculeu els seus punts fixes i la seva estabilitat.
   (b) Anàlogament pels seus punts 2-periòdics. (1 punt)

3. Donada la funció $f(x) = 2x - 5\ln(x) - 4$
   (a) Justifiqueu que té únicament dos zeros.
   (b) Calculeu numèricament els dos zeros utilitzant un **mètode diferent** en cada cas. En tots dos casos es demana $\mid f(x) \mid < 10^{-10}$ (3 punts)

4. Considerem el sistema d'equacions lineals
$$\begin{cases} x + 2y - z = 1 \\ x - 3y + z = 1 \\ x + 2y - 5z = 1 \end{cases},$$
doneu els esquemes iteratius de resolució corresponents als mètodes de Jacobi i al de Gauss-Seidel. Podem garantir la seva convergència? (2 punts)

5. Calculeu la solució $x(0.3)$ de l'equació diferencial de tercer ordre
$$x''' + tx' + x^2 sin((1 - t)x) = 0,$$
a partir de la condició inicial $x(0) = 1.0$, $x'(0) = x''(0) = 0.1$, utilitzant el mètode d'Euler amb pas $h = 0.15$. (3 punts)

CÀLCUL NUMÈRIC I SIMULACIÓ 2on Parcial pràctic. (ETSEIB) 4–6–02

Nom i Cognoms:

1. Donada la funció $f(x) = 2x - 5\ln(x) - 4$ estudiem els seus zeros dins l'interval $(0, 10]$. Contesteu les següents preguntes:
   (a) Quants zeros té $f(x)$ en aquest interval? $\boxed{\text{nZeros=}\quad\quad}$
   (b) Escombrem l'interval d'estudi a partir de $x = 0.001$ amb pas $h = 0.02$ per calcular el *zero més gran*. Ompliu la següent taula on n és el nombre total de passos que calen per obtenir $|f(x_n)| < 10^{-10}$.

	n	x_n	$f(x_n)$
bisecció			
secant			
newton			

2. Volem estudiar el comportament del sistema d'equacions diferencials:

$$
\begin{aligned}
x' &= -y - x(\mu - r)(\mu - 2r) \\
y' &= x - y(\mu - r)(\mu - 2r)
\end{aligned}
$$

   on $r = x^2 + y^2$.

   Preneu la finestra de dibuix que té d'extrems els punts $(-1.8, -1.8)$ i $(1.8,\ 1.8)$ respectivament. En tots els càlculs utilitzeu una tolerància de $\mathbf{10^{-12}}$, un temps final de **10** i el valor $\mu = \mathbf{1.3}$

   (a) Dibuixeu les òrbites corresponents a valors inicials sobre les dues diagonals principals. utilitzeu un color diferent i **100** òrbites per cada diagonal.
   (b) Descriu quins **objectes invariants** pots reconèixer:

Els fitxers de l'examen es diran **examen1.c** i **examen2.c** respectivament

CÀLCUL NUMÈRIC i SIMULACIÓ **Examen Final** **20–6–2003.**

1. Doneu una fita de l'error absolut comès en calcular la *norma* de la solució del sistema d'equacions lineals
$$\begin{cases} ax + 3y = 10 \\ 5x + by = 4 \end{cases}$$
si $a = 2.0 \pm 0.01$ i $b = 1.0 \pm 0.02$. (2 punts)

2. Donada la funció $f(x) = x^2 + \cos(x) - 4x + 5$
   (a) Justifiqueu que té un únic extrem relatiu dins de $[-4, 4]$.
   (b) Calculeu numèricament el seu valor amb una precissió menor que 10^{-10}
   (3 punts)

3. Considerem el sistema d'equacions lineals
$$\begin{cases} x + 2y - z - 4t = 1 \\ x - 5y + z + 2t = 1 \\ x + 2y - 5z - t = 1 \\ 2x + y - 5z - 8t = 1 \end{cases},$$
doneu els esquemes iteratius de resolució corresponents als mètodes de Jacobi i al de Gauss-Seidel. Podem garantir la seva convergència? (2 punts)

4. Calculeu la solució $x(0.2)$ de l'equació diferencial de segon ordre
$$x'' + x' + e^{(1-t)x} = 0,$$
a partir de la condició inicial $x(0) = 1.0$, $x'(0) = 0.0$, utiltizant un pas $h = 0.1$.
   (a) Pel mètode d'Euler.
   (b) Pel mètode RK2:
$$x_{n+1} = x_n + \frac{h}{2}(m_1 + m_2) \text{ on } \begin{array}{l} m_1 = f(t_n, x_n) \\ m_2 = f(t_n + h, x_n + hm_1) \end{array}$$
   (3 punts)

CÀLCUL NUMÈRIC I SIMULACIÓ   Ex. pràctiques. (ETSEIB) 3–6–03

Nom i Cognoms:

1. Donada la funció $f(x) = e^x - 2 - x$ estudiem els seus zeros dins l'interval $[-4, 4]$. Contesteu les següents preguntes:

   (a) Quants zeros té $f(x)$ en aquest interval? nZeros=

   (b) Escombrem l'interval d'estudi a partir de $x = -4$ amb pas $h = 0.1$ per calcular els zeros. Determineu l'intervals de canvi de signe pel **zero positiu**:

x_{ant}	x	$f(x_{ant})$	$f(x)$

   (c) També pel zero positiu, ompliu la següent taula on n és el nombre total de passos que calen per obtenir $|f(x_n)| < 10^{-15}$.

	n	x_n	$f(x_n)$
bisecció			
secant			
newton			

2. Volem estudiar el comportament del sistema d'equacions diferencials:

$$x' = y + x(\mu - x^2 - y^2)$$
$$y' = -x + y(\mu - x^2 - y^2).$$

Preneu la finestra de dibuix que té d'extrems els punts $(-2.0, -1.2)$ i $(2.0,\ 1.2)$ respectivament. En tots els càlculs utilitzeu una tolerància de $\mathbf{10^{-12}}$, un temps final de **10.01** i el valor $\mu = \mathbf{0.4}$

   (a) Dibuixeu les òrbites corresponents a valors inicials sobre l'eix x des de x_{min} fins x_{max} amb pas 0.1 .

   (b) En el fitxer de resultats **ex2.txt** escribiu una linea per cada órbita indicant el valor x del **punt inicial**, i el valor $r = x^2 + y^2$ del **punt final**.

   (c) Descriu quins **objectes invariants** pots reconèixer:

Els fitxers de l'examen es diran **examen1.c** i **examen2.c** respectivament

CÀLCUL NUMÈRIC i SIMULACIÓ **Examen Final** **17–6–2004.**

1. Doneu una fita de l'error absolut comès en calcular els punts de tall de la recta $x = 3$ i la circunferència de centre el punt (a, b) i radi 2, on $a = 2.0 \pm 0.01$ i $b = 1.0 \pm 0.02$. (*Ind. utilitzeu l'equació* $(x-a)^2 + (y-a)^2 = r^2$)

   (2 punts)

2. Calculeu el punt de tall de les funcions $f(x) = 4x^2 - 5$ i $g(x) = 3\sin(x)$ dins de l'interval $[0, 2]$. Doneu el seu valor numèric amb una precissió menor que 10^{-8}

   (2 punts)

3. Calculeu la solució $x(0.2)$ de l'equació diferencial de segon ordre

$$x'' + x' + e^{(1-t)x} = 0,$$

   a partir de la condició inicial $x(0) = 1.0$, $x'(0) = 0.0$, utilitzant un pas $h = 0.1$ i el mètode d'integració numèrica del punt mig:

$$x_{n+1} = x_n + h \cdot f\left(t_n + \frac{h}{2}, x_n + \frac{h}{2} f(t_n, x_n)\right)$$

   (3 punts)

4. Feu l'estudi qualitatiu, a partir del retrat de fases, del comportament del següent model de competició entre dues especies:

$$\dot{x}_1 = x_1(1 - \frac{x_1}{2}) - 2x_1x_2,$$

$$\dot{x}_2 = x_2(1 - x_2) - x_1x_2.$$

   (3 punts)

CÀLCUL NUMÈRIC I SIMULACIÓ   Ex. pràctiques. (ETSEIB) 1–6–04

Nom i Cognoms:

1. Donada la funció $f(x) = sin(4x)e^{-\frac{x}{10}}$ estudiem els seus zeros dins l'interval $[-1, 1]$. Contesteu les següents preguntes:

   (a) Quants zeros té $f(x)$ en aquest interval? $\boxed{\text{nZeros=}\qquad\qquad}$

   (b) Escombrem l'interval d'estudi a partir de $x = -1$ amb pas $h = 0.05$ per calcular els zeros. Determineu els intervals de canvi de signe pels **zeros negatius**:

x_{ant}	x_{act}	$f(x_{ant})$	$f(x_{act})$

   (c) Ara pel **zero positiu**, ompliu la següent taula on n és el nombre total de passos que calen per obtenir $|f(x_n)| < 10^{-14}$.

	n	x_n	$f(x_n)$
bisecció			
secant			
newton			

2. Volem estudiar el comportament del sistema d'equacions diferencials:

$$x' = y - y^2$$
$$y' = x - x^2.$$

   A partir de la trajectòria associada al valor inicial $(0, 0.5)$.

   (a) Utilitzant el mètode `ode45` doneu

$t = 10$	x	y

   (b) Repetiu el càlcul anterior amb el mètode d'`Euler` i el `RK4` amb un pas $dt = 0.05$ i doneu la diferència respecte el valor anterior

$\|\|(x_e, y_e) - (x_{45}, y_{45})\|\|_2$	$\|\|(x_4, y_4) - (x_{45}, y_{45})\|\|_2$

CÀLCUL NUMÈRIC I SIMULACIÓ Ex. pràctiques. (ETSEIB) 31–5–05
Perm. 1

Nom i Cognoms:

1. Donada la funció $f(x) = (2 - x)sin(x^2 + 1)$ estudiem els seus zeros dins l'interval $[-5, 5]$. Contesteu les següents preguntes:

   (a) Quants zeros té $f(x)$ en aquest interval? $\boxed{\text{nZeros= 17}}$

   (b) Escombrem l'interval d'estudi a partir de $x = -5$ amb pas $h = 0.01$ per localitzar els zeros i pel **primer zero positiu**, ompliu la següent taula on n és el nombre total de passos que calen per obtenir $|f(x_n)| < 10^{-14}$ (utilitzeu **format %24.16e** per donar les resultats).

	n	x_n	$f(x_n)$
newton			

2. Volem calcular el valor corresponent a $t = 100$ per la trajectòria associada al valor inicial $(-10, 20, -5)$ en el sistema d'equacions diferencials de Lorentz (utilitzeu la instrucció `format long` de Matlab per donar els resultats).

$$\begin{aligned} x' &= 2.5(y - x) \\ y' &= 28x - y - xz \\ z' &= xy - 2z \end{aligned}$$

   (a) Utilitzant el mètode `ode45` amb errors relatiu i absolut de $< 10^{-8}$ doneu

num. passos de t	x	y	z

   (b) Repetiu el càlcul anterior amb el mètode de `Runge-Kutta 4` amb un pas $dt = 0.02$ i doneu el `valor d'estabilització de la trajectòria` pel qual es satisfà que $\| X_{rk4}^{n+1} - X_{rk4}^{n} \|_2 < 10^{-12}$.

valor de n	temps d'estabilització

Nota: Guardeu tots els fitxers utilitzats per aquest examen en un fitxer **examen.zip** i l'envieu per e-mail.

CÀLCUL NUMÈRIC i SIMULACIÓ **Examen Final** **15–6–2005.**

1. Doneu una fita de l'error absolut comès en calcular la distància .
   (*Ind. utilitzeu l'equació* $(x-a)^2 + (y-a)^2 = r^2$)

   (2 punts)

2. Calculeu el punt de tall de les funcions $f(x) = 4x^2 - 5$ i $g(x) = 3\sin(x)$ dins de l'interval $[0, 2]$. Doneu el seu valor numèric amb una precissió menor que 10^{-8}

   (2 punts)

3. Calculeu la solució $x(0.2)$ de l'equació diferencial de segon ordre

$$x'' + x' + e^{(1-t)x} = 0,$$

   a partir de la condició inicial $x(0) = 1.0$, $x'(0) = 0.0$, utilitzant un pas $h = 0.1$ i el mètode d'integració numèrica del punt mig:

$$x_{n+1} = x_n + h \cdot f\left(t_n + \frac{h}{2}, x_n + \frac{h}{2} f(t_n, x_n)\right)$$

   (3 punts)

4. Feu l'estudi qualitatiu, a partir del retrat de fases, del comportament del següent model de competició entre dues especies:

$$\dot{x}_1 = x_1(1 - \frac{x_1}{2}) - 2x_1x_2,$$

$$\dot{x}_2 = x_2(1 - x_2) - x_1x_2.$$

   (3 punts)

CÀLCUL NUMÈRIC I SIMULACIÓ Ex. pràctiques. (ETSEIB) 29–5–06
Permutació 1

Nom i Cognoms:

(**Nota:** utilitzeu la instrucció **format long** de Matlab o be format **%24.16e** per donar els resultats).

1. Donada la funció $f(x) = (3 - x^2)\sin(3x + 1)$ estudiem els seus zeros dins l'interval $[-5, 5]$. Contesteu les següents preguntes:

   (a) A partir de la gràfica de la funció, quants extrems relatius té $f(x)$ en aquest interval?

num. extrems=

   (b) Escombrem l'interval d'estudi a partir de $x = -5$ amb pas $h = 0.005$ per localitzar els zeros i pel **zero de valor absolut més gran**, ompliu la següent taula on n és el nombre total de passos que calen per obtenir $|f(x_n)| < 10^{-14}$.

	n	x_n	$f(x_n)$
bisecció			
newton			

2. Volem estudiar el nombre d'individus de dues especies en un sistema presa-depredador en un període de temps $t = 100$, pels valors inicials $(x_1(0), x_2(0)) = (1, 0.1)$ (comptats en milers d'individus).

$$\left\{ \begin{array}{l} x_1' = x_1 \left(1 - \dfrac{x_1}{2}\right) - x_1 x_2 \\ x_2' = -x_2 + x_1 x_2 \end{array} \right.$$

   (a) Utilitzant el mètode `ode45` amb errors relatiu de < 5.e-14, doneu els valors màxims assolits per cada especie i el temps en que s'assoleixen.

(t^{max}, x_1^{max})	(t^{max}, x_2^{max})

(b) Repetiu el càlcul anterior amb el mètode de `Runge-Kutta 4` amb un pas $dt = 0.02$ i doneu el nombre d'individus al que tendeix a estabilitzar-se la població.

numero de preses	num. depredadors

Nota: Guardeu tots els fitxers $.m$ utilitzats per aquest examen en un fitxer **examen.zip** i l'envieu per e-mail.

CÀLCUL NUMÈRIC i SIMULACIÓ **Examen Final** **14–6–2006.**

1. Doneu una fita de l'error absolut comès en calcular cada una de les coordenades cartesianes (x, y, z) d'el punt P a partir de les seves coordenades esfèriques: el radi $r = 2.0(1 \pm 0.025)$, i els angles $\varphi = \frac{\pi}{6} \pm 0.01$ i $\theta = \frac{\pi}{3} \pm 0.02$.

   Ind. utilitzeu el canvi a coordenades esfèriques:

$$\begin{aligned} x &= r\cos(\theta)\sin(\varphi) \\ y &= r\cos(\theta)\cos(\varphi) \\ z &= r\sin(\theta) \end{aligned}$$

(3 punts)

2. Calculeu el punt fixe de la iteració $x_{n+1} = f(x_n)$ per la funció

$$f(x) = \sin(x^2 - 1)$$

   dins de l'interval $[-1, 0]$. Doneu el seu valor numèric amb una precissió menor que 10^{-7}

(3 punts)

3. Calculeu el valor de la velocitat de la solució $x'(0.5)$ de l'equació diferencial de segon ordre

$$x'' + x' + e^{-tx} = 0,$$

   a partir de la condició inicial $x(0) = 1.0$, $x'(0) = 0.0$, utilitzant un pas $h = 0.25$ i el mètode d'integració numèrica del punt mig:

$$x_{n+1} = x_n + h \cdot f\left(t_n + \frac{h}{2}, x_n + \frac{h}{2} f(t_n, x_n)\right)$$

(4 punts)

CÀLCUL NUMÈRIC I SIMULACIÓ   Ex. pràctiques. (ETSEIB) 29–5–07
Permutació 1

Nom i Cognoms:

(**Nota:** utilitzeu la instrucció **format long** de Matlab o be format **%24.16e** per donar els resultats).

1. Donada la funció $f(x) = 3.5\sin(x^2) - \ln(x^2 + x + 2)$ estudiem els seus zeros dins l'interval $[-4, 4]$. Contesteu les següents preguntes:

   (a) A partir de la gràfica de la funció, quants extrems relatius té $f(x)$ en aquest interval?

num. extrems=

   (b) Escombrem l'interval d'estudi a partir de $x = -4$ amb pas $h = 0.005$ per localitzar els zeros i ens fixem en el **zero més proper a l'origen**. Ompliu la següent taula on n és el nombre total de passos que calen per obtenir $|f(x_n)| < 10^{-12}$.

	n	x_n	$f(x_n)$
bisecció			
secant			

2. L'estudi d'un pèndol forçat amb esmorteïment dona lloc al sistema d'equacions diferencials

$$\begin{cases} x' = y \\ y' = f_0\cos(z) - \sin(x) - \mu y \\ z' = \omega \end{cases}$$

   Calculeu la seva evolució fins un temps $t_{fin} = 100$, a partir dels valors dels paràmetres $f_0 = 1.12,\ \mu = 0.5,\ \omega = \frac{2}{3}$ i els valors inicials $(x(0), y(0), z(0)) = (1.1, 1.2, 0.5)$.

   (a) Utilitzant el mètode `ode45` amb error relatiu < 5.e-14, doneu el nombre de passos que s'han fet en aquesta integració i el valor $x(t_{fin})$ que s'assoleixen.

n	
x_{fin}	

(b) Repetiu el càlcul anterior amb el mètode de `Runge-Kutta 4` i amb el mètode d'`Euler` amb un pas $dt = 0.05$ i doneu el màxim d'error per les variables x i y.

$\max(\lvert x_{euler}(t) - x_{RK4}(t)\rvert)$	
$\max(\lvert y_{euler}(t) - y_{RK4}(t)\rvert)$	

Nota: Guardeu tots els fitxers *.m* utilitzats per aquest examen en un fitxer **examen.zip** i l'envieu per e-mail.

CÀLCUL NUMÈRIC i SIMULACIÓ **Examen Final** **20–6–2007.**

1. Expliqueu com es guarden dins la memòria d'un ordinador de 32bits, els nombres enters i els nombres reals.

(2 punts)

2. Calculeu els valors de la solució $x(0.6)$ i la seva derivada $x'(0.6)$ de l'equació diferencial de segon ordre
$$x'' + (t+1)x' + \cos(x) = 0,$$
a partir de la condició inicial $x(0) = 1.0$, $x'(0) = 1.0$, utilitzant un pas $h = 0.2$ i el mètode d'Euler.

(4 punts)

3. Donada l'equació de la calor 1-dim
$$u_t - k u_{xx} = 0 \qquad 0 \leq x \leq L$$
(a) Doneu el seu esquema de diferencies finites

(b) Calculeu la distribució de temperatures en l'instant $t = 0.2$ per un barra de longitud 10cm, d'un material amb coeficient de conductivitat tèrmica $k = 0.1$, si suposem que els extrems els mantindrem a una temperatura fixa de 10°C i inicialment la barra està a 60°C. Utilitzeu els valors $\Delta t = 0.1$ i $\Delta x = 2$.

(4 punts)