UPC. Enginyeria Química. Examen parcial de Mètodes Numèrics.

Abril 2010. Temps: 1 h. 15'. Puntuació: 10 punts.

1. *(1 punt)* Hem de calcular la derivada de $f(x) = \cos(x)e^{-\frac{x^2}{3}}$ en $x = 5.25$. Calculeu-la en MATLAB pel mètode que sigui més recomanable.

2. *(2 punts)* Volem aproximar per mínims quadrats la funció que passa pels punts $(0.1, 0.8), (0.2, 0.2), (0.3, 0.7), (0.5, 2)$. Doneu les instruccions de MATLAB per fer-ho mitjançant una recta, una paràbola i una cúbica de regressió. També doneu les instruccions per dibuixar els punts, la recta, la paràbola i la cúbica en el mateix gràfic, en colors diferents.

3. *(4 punts)* A partir d'una taula seva de valors $\{t_1, t_2, \ldots, t_n\}$, $\{y_1, y_2, \ldots, y_n\}$, volem aproximar una funció $y = f(t)$ per una corba spline sinusoidal definida a trossos, que en cada interval $[t_i, t_{i+1}]$ sigui de la forma

$$f_i(t) = A + B\cos(t) + C\cos(2t)\,.$$

amb A, B, C paràmetres que depenen de $i = 1, 2, \ldots, n-1$, escollits de manera que:

- Cada corba $y = f_i(t)$ vagi de (t_i, y_i) a (t_{i+1}, y_{i+1}) passant pels dos punts.
- Cada corba $y = f_i(t)$ comenci amb la mateixa derivada amb que ha acabat l'anterior, és a dir que ha de complir $f_i'(t_i) = f_{i-1}'(t_i)$.
- El pendent inicial sigui $f_1'(t_1) = 1$.

Escriviu una funció de MATLAB `M=splinecos(t,y)` que rebi els vectors de valors `t,y` (en fila) i retorni una matriu M que tingui per columnes els coeficients A, B, C de cada corba $f_i(t)$.

4. *(3 punts)* Considerem la funció 2π-periòdica, depenent de tres constants A, B, C:

$$V(t) = A + B\cos(t) + C\cos(2t)\,.$$

(i) Definiu una funció MATLAB `V=fun(t)` que rebi com a argument t i retorni la el valor V. Feu que les constants A, B, C estiguin definides com a paràmetres dins la funció per poder-les variar fàcilment.

(ii) Escriviu les instruccions en MATLAB per tal de resoldre l'equació $A + B\cos t + C\cos 2t = 0$, quan $A = 1$, $B = -2$, $C = 3$, comprovant el valor de V sobre la solució trobada, prenent primer com a aproximació inicial $t_0 = 1$, i després $t_0 = 2$.

(iii) Escriviu les instruccions en MATLAB per tal de trobar un mínim de $V(t)$ en l'interval $[0, \pi]$.