

UPC. Enginyeria Química. Examen final de Mètodes Numèrics.

30 de juny del 2010.

Temps: 2 h 30 minuts. Puntuació: 10 punts.

1. (2.5 punts) a) Trobeu la solució general de l'e.d.o.:

$$\frac{d^2y}{dx^2} - 4y = 16 \cos^2 x.$$

- b) Trobeu totes les solucions i) fitades per a $x > 0$; ii) 2π -periòdiques.
c) Discutiu l'estabilitat de la solució periòdica.

2. (2.5 punts) La llei de refredament de Newton diu que el calor flueix dels cossos més calents als més freds, i que el flux és proporcional a la diferència de temperatura. Així la temperatura d'una bola que es treu d'un forn i es posa a refredar en un altre medi segueix una equació diferencial.

Treiem una bola a $110^\circ C$ i es posa en un medi a $10^\circ C$. Després d'una hora la temperatura de la bola és de $60^\circ C$.

- (i) Escriviu l'edo i resoleu-la a mà identificant tots els paràmetres.
(ii) Quant temps cal per a que la bola estigui a $30^\circ C$?
(iii) Escriviu les instruccions de Matlab per resoldre el problema de valors inicials resultant.

3. (2.5 punts) Donat el problema de valors inicials

$$\begin{cases} y'' - 3 \cos(x)y' - 2y = e^{-3x} \\ y(0) = 0.5, \quad y'(0) = -1 \end{cases}$$

- (i) Convertiu-lo en un sistema d'ordre 1.
(ii) Discutiu la seva estabilitat i rigidesa. Quin dels integradors `ode{xy}` de Matlab que hem fet anar al curs és més aconsellable per resoldre'l?
(iii) Escriviu la comanda de Matlab per a resoldre el problema per $x \in [0, 5]$, i la funció auxiliar que Matlab necessita.

4. (2.5 punts) Sigui el sistema d'equacions diferencials:

$$\begin{cases} \frac{dy_1}{dt} = -y_1^2 + y_1y_2 + y_2^2 - 3y_1 + 7 \\ \frac{dy_2}{dt} = -y_1 + y_2 + 1 \end{cases}$$

- (i) Té punts d'equilibri? En cas afirmatiu trobeu-los i discutiu la seva estabilitat.
- (ii) Si una solució no constant $(y_1(t), y_2(t))$ no va a infinit quan $t \rightarrow +\infty$, justifiqueu quin pot ser el seu límit.