UNIVERSITAT POLITÈCNICA DE CATALUNYA
ALGEBRA LINEAL, ENGINYERIA QUÍMICA

Parcial de primavera 2003–4

1. En $M_2(\mathbb{R})$ considerem el subespai vectorial F generat pel conjunt de matrius $A \in M_2(\mathbb{R})$ tals que el sistema $A\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}$ és compatible indeterminat. Aleshores:

(a) $F = M_2(\mathbb{R})$.
(b) $\dim F = 0$.
(c) $\dim F = 1$.
(d) $\dim F = 2$. *
(e) $\dim F = 3$.

2. Sabent que $p(x) \in \mathbb{R}_3[x]$ és mònic (és a dir, el coeficient principal val 1), que té una arrel igual a $\alpha = \frac{-1+\sqrt{3}i}{2}$ i que la resta de dividir $p(x)$ entre x^2+1 és $x-1$, quant val $p(0)$?

(a) -1
(b) 0
(c) 1 *
(d) 2
(e) Cap de les anteriors

3. L'equació del subespai $F = [(-1,1,2),(1,0,4)]$ en base $u_1 = (1,3,4), u_2 = (0,2,1), u_3 = (1,-2,2)$ és

(a) $55\bar{x} + 7\bar{y} - 20\bar{z} = 0$.
(b) $-18\bar{x} - 11\bar{y} + 10\bar{z} = 0$. *
(c) $32\bar{x} - 73\bar{y} - 28\bar{z} = 0$.
(d) $3\bar{x} + 26\bar{y} + 20\bar{z} = 0$.
(e) Cap de les anteriors és certa.

4. Per a quins valors de $a \in \mathbb{R}$ la recta $y = 2x - a$ i la paràbola $y = x^2$ es toquen exactament en un punt?

(a) Per cap a.
(b) Per $a = 0$.
(c) Per $a = \pm 1$.
(d) Per $a = 1$. *
(e) Cap de les anteriors és certa.

5. Un sistema matricial $AX = B$ és compatible
(a) quan el rang de B és menor que el de A.
(b) quan el subespai generat per les columnes de B té suma directa amb el nucli de A.
(c) quan totes les columnes de B són de la imatge de A. *
(d) quan B és invertible.
(e) Cap de les anteriors és certa.

6. Si $z^6 = 1$, $z - \bar{z} = it$ amb $t < 0$, i $\operatorname{Re} z < 0$, aleshores z és
(a) $-\frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}i$. *
(b) $-\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i$.
(c) -1.
(d) $-\frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{1}{2}i$.
(e) Cap de les anteriors és certa.

7. Si u_1, u_2, u_3 són una base de $\mathbb{R}^3$, són aleshores els vectors $u_1 + u_2, u_2 + u_3, u_3 + u_1$ també base de $\mathbb{R}^3$?
(a) Mai.
(b) Sempre. *
(c) Només quan u_1, u_2, u_3 és la base canònica o una reordenació seva.
(d) Sí és base en infinits casos, però no per totes les bases inicials u_1, u_2, u_3.
(e) Cap de les anteriors és certa.

8. Una aplicació lineal f_t té matriu $A_t = \begin{pmatrix} 1 & t & t-1 \\ 1 & t+1 & t-1 \\ 0 & 2t+1 & 2t-2 \end{pmatrix}$ en bases canòniques. Per quins valors del paràmetre $t \in \mathbb{R}$ és el vector $(1, 3, 6)$ de $\operatorname{Im} f$?
(a) Per tot t. *
(b) Per $t \neq 1$.
(c) Per $t = 1$.
(d) Per cap t.
(e) Cap de les anteriors és certa.

9. El sistema és compatible exactament

$$\left(\begin{array}{ccc|c} a & 1 & 0 & 2 \\ 1 & a & 1 & -1 \\ 0 & 1 & a & 4 \end{array}\right)$$

(a) per tot $a \in \mathbb{R}$.
(b) per $a \neq 0$.
(c) per $a \neq 0, \pm\frac{1}{2}$.
(d) per $a \neq 0, \pm\sqrt{2}$. *
(e) Cap de les anteriors és certa.

10. La suma dels dos subespais de $\mathbb{R}^5$ $F = [(1,0,3,1,2),(-1,1,2,0,2)]$, G amb equacions $\left(\begin{array}{ccccc|c} 1 & a & -1 & b & -1 & 0 \\ 1 & -c & 1 & -d & 1 & 0 \end{array}\right)$ té dimensió 3

(a) quan $a = b+1, d = 2c-1,$ $b, c \in \mathbb{R}$ qualsevols.
(b) quan $a = 5, b = 4, c = 3, d = 6.$ *
(c) quan $a = 2, b = 1, c = 0, d = -1.$
(d) Mai.
(e) Cap de les anteriors és certa.