

UNIVERSITAT POLITÈCNICA DE CATALUNYA
ALGEBRA LINEAL, ENGINYERIA QUÍMICA

Parcial de tardor 2001–2

1. El nombre complex $\frac{(1+\sqrt{3}i)^3}{(\sqrt{3}+i)^2}$ és
- a) $\sqrt{3} + i$
 - b) $-1 + \sqrt{3}i$
 - c) $-\sqrt{3} + i$
 - d) $\sqrt{3} - i$
 - e) Cap de les anteriors.
2. Per a quins valors de a, b pertany el vector $v = (1, -1, 2, 1)$ a $F = [(1, 2, a, b), (0, -1, b, 2)]$?
- a) $a = 1, b = 2$
 - b) $a = 17, b = 2$
 - c) $a = 17, b = -5$
 - d) a qualsevol, $b = -5$.
 - e) Cap de les anteriors.
3. El polinomi $x^3 - px + q \in \mathbb{R}[x]$ té alguna solució múltiple quan
- a) $q = \pm \frac{2}{3}p\sqrt{\frac{p}{3}}$
 - b) $q = \frac{p^2}{4}$
 - c) $q = \frac{\sqrt[3]{4}}{3}p^{\frac{2}{3}}$
 - d) $q = \pm\sqrt{3}p^{\frac{3}{2}}$
 - e) Cap de les anteriors.

4. La matriu

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ t & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

té rang

- a) 5 per tot t .
- b) 5 per $t \neq 0$, 4 per $t = 0$.
- c) 4 per $t \neq 0$, 5 per $t = 0$.
- d) 5 per $t \neq -1$, 4 per $t = -1$.
- e) Cap de les anteriors.

5. Per quins valors de α, β el sistema $\left(\begin{array}{cc|c} 3 & 2 & u \\ -1 & 2 & v \\ \alpha & \beta & -u-v \end{array} \right)$ és incompatible per tots els

termes independents $(u, v) \neq (0, 0)$?

- a) Per $\alpha = 3, \beta = 2$ i per $\alpha = -1, \beta = 2$.
- b) Per $(\alpha, \beta) \in [(3, 2), (-1, 2)]$.
- c) Sempre.
- d) Mai.
- e) Cap de les anteriors.

6. La dimensió del subespai $F = \left\{ A \in M_{3 \times 3}(\mathbb{R}) \mid \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix} A = 0 \right\}$ és

- a) 6.
- b) 8.
- c) 1.
- d) 3.
- e) Cap de les anteriors.

7. Siguin $(A_1|b)$ i $(A_2|b)$ dos sistemes compatibles i $A = A_1 + A_2$. Aleshores el sistema $(A|b)$

- a) Sempre és incompatible.
- b) Sempre és compatible determinat.
- c) Sempre és compatible indeterminat.
- d) Sempre és compatible, però no es pot saber si és determinat o indeterminat.
- e) Pot ser tant compatible com incompatible.

8. Suposem que μ_0, μ_1 i μ_2 són les coordenades d'un polinomi $P(x) \in \mathbb{R}_2[x]$ en la base de $\mathbb{R}_2[x]$ formada pels polinomis

$$P_0(x) = 1, \quad P_1(x) = x - 1, \quad P_2(x) = (x - 1)(x - 2).$$

Aleshores:

- a) $\mu_0 = P(0), \mu_1 = P'(0)$ i $\mu_2 = P''(0)/2$.
- b) $\mu_0 = P(1), \mu_1 = P(2) - P(1)$ i $\mu_2 = P(3)/2 - P(2) + P(1)/2$.
- c) $\mu_0 = P(0), \mu_1 = P'(1)$ i $\mu_2 = P''(2)/2$.
- d) $\mu_0 = P(1), \mu_1 = P'(1)$ i $\mu_2 = P''(1)/2$.
- e) $\mu_0 = P(1), \mu_1 = P'(3/2)$ i $\mu_2 = P''(2)$.

9. Considerem $A = \begin{pmatrix} 1 & a & 1 \\ -1 & 2-a & 0 \\ 1-a & -2+a-a^2 & 1-2a \end{pmatrix}$, $b = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ -a-a^2 \end{pmatrix}$. Aleshores el sistema lineal $Ax = b$:

- a) És compatible determinat per tot a .
- b) És compatible per tot a .
- c) És compatible per $a \neq 1$ i incompatible per $a = 1$.
- d) No és compatible determinat per cap a .
- e) Cap de les anteriors.

10. Sigui $F \subseteq \mathbb{R}_n[x]$ un subespai vectorial de dimensió $d \geq 1$. Per a cada natural k considerem el subespai vectorial de $\mathbb{R}[x]$

$$G_k = \{x^k p(x) \mid p(x) \in F\}$$

Aleshores:

- a) Per tot k , $\dim(F + G_k) = d + k$.
- b) Si $d = n + 1$, aleshores $\dim(F + G_k) = d + k$.
- c) Si $k > n$, $\dim(F + G_k) = 2d$.
- d) $G_0 \subseteq G_1$.
- e) Cap de les anteriors.