

**UNIVERSITAT POLITÈCNICA DE CATALUNYA**  
**ALGEBRA LINEAL, ENGINYERIA QUÍMICA**

**Parcial de tardor 2003–4**

1. Quants nombres complexos diferents són punt fix de la funció  $f(z) = \frac{(z-1)^3}{z^2+z-1}$ ?

- (a) Cap.
- (b) Un. \*
- (c) Dos.
- (d) Tres.
- (e) Cap de les anteriors és certa.

2. Per a quins valors del paràmetre  $a \in \mathbb{R}$  és la suma dels subespais  $F = [(1, 0, 1, 2, 1), (-4, 1 - a, 0, -1 - a, 2)]$  i  $G = [(3, a - 4, 1, a + 2, 0)]$  directa?

- (a) Per tots els  $a$ . \*
- (b) Per  $a \neq -1, 0$ .
- (c) Per  $a \neq 1$ .
- (d) Per  $a \neq -2, 4$ .
- (e) Cap de les anteriors és certa.

3. En  $\mathbb{R}^3$  considerem els vectors  $u_1 = (1, 1, -1)$ ,  $u_2 = (2, 1, 0)$ ,  $u_3 = (-1, 0, a + 1)$  i el subconjunt  $F = \{u \in \mathbb{R}^3 \mid u_3 + u \in [u_1, u_2]\}$ . Aleshores:

- (a) Si  $a \neq -2$ ,  $F$  no és subespai vectorial de  $\mathbb{R}^3$ . \*
- (b) Si  $a \neq -2$ ,  $F$  és subespai vectorial de  $\mathbb{R}^3$  i  $\dim F = 0$ .
- (c) Si  $a \neq -2$ ,  $F$  és subespai vectorial de  $\mathbb{R}^3$  i  $\dim F = 1$ .
- (d) Si  $a \neq -2$ ,  $F$  és subespai vectorial de  $\mathbb{R}^3$  i  $\dim F = 2$ .
- (e) Si  $a \neq -2$ ,  $F$  és subespai vectorial de  $\mathbb{R}^3$  i  $\dim F = 3$ .

4. On es troba el següent nombre complexe?

$$\left(20.000 \exp\left(\frac{9}{7}\pi i\right) + 3\right)^{11}$$

- (a) En el primer quadrant. \*
- (b) En el segon quadrant.
- (c) En el tercer quadrant.
- (d) En el quart quadrant.
- (e) En més d'un quadrant.

5. El polinomi real  $p(t) = t^4 - 6t^3 + a_2t^2 + a_1t + a_0$  té dues arrels dobles, tals que una és la mitat de l'altra. Les arrels són:

- (a)  $t = 1, 2$ . \*
- (b)  $t = 1, 2$  o bé  $t = -1, -2$ .
- (c)  $t = 2, 4$ .
- (d)  $t = -2, -4$ .
- (e) Cap de les anteriors és certa.

6. El vector  $u_2$  tal que la recta  $\{2x - y = 0\}$  té equació  $u + 7v = 0$  en base  $u_1 = (1, 3), u_2$  pot ser

- (a) Cap vector de  $\mathbb{R}^2$ .
- (b) Qualsevol vector  $(a, b)$  tal que  $2a - b = -7$  i  $3a - b \neq 0$ . \*
- (c) Només el vector  $(-2, 3)$ .
- (d) Qualsevol vector  $(a, b)$  tal que  $2a - b = -7$ .
- (e) Cap de les anteriors és certa.

7. Dins de l'espai vectorial de les successions, el subconjunt de les successions  $\{x_n\}_{n \geq 1}$  tals que per tot  $n \geq 1$  es té

$$x_n - 2x_{n+1} + x_{n+2} = 1$$

- (a) No és un subespai vectorial. \*
- (b) És un subespai vectorial de dimensió 2.
- (c) És un subespai vectorial de dimensió 3.
- (d) És un subespai vectorial de dimensió infinita.
- (e) Cap de les anteriors és certa.

8. El sistema d'equacions

$$\begin{cases} x^3 - ax^2 + ax - 2 = 0 \\ x^2 + x - 2 = 0 \end{cases}$$

té solució pels següents valors de  $a$ :

- (a)  $a = 1, -2$ .
- (b)  $a = 1$ .
- (c)  $a = -\frac{5}{3}$ . \*
- (d)  $a = -\frac{5}{3}, \frac{1}{2}$ .
- (e) Cap de les anteriors és certa.

9. El sistema d'equacions lineals

$$\left( \begin{array}{ccc|c} 1 & 3 & a & 10 \\ 2 & 1 & a & 5 \\ -1 & a-1 & -2a & -4 \end{array} \right)$$

és compatible

- (a) Per  $a \neq 0$ .

- (b) Per  $a \neq -7$ . \*
- (c) Per  $a \neq -7, 0$ .
- (d) Per  $a \neq 0, 1$ .
- (e) Cap de les anteriors és certa.

**10.** El subespai intersecció de  $F = [(2, 1, -1), (1, 2, 2)]$  i  $G = [(-1, 0, 1), (3, 1, 1)]$  és

- (a)  $F$ .
- (b)  $(-\frac{2}{3}, 1, 1)$ .
- (c)  $[(1, 1, 0)]$ .
- (d)  $[(-7, 1, 11)]$ . \*
- (e) Cap de les anteriors és certa.