PRACTICA UNICA D'ALGEBRA LINEAL AMB OCTAVE

MARC, 2003

1. CONNECTAR−SE A OCTAVE:

Inicio −> Programas −> Matematica Aplicada I −> GNU Octave ...

OBSERVACIO IMPORTANT: quan es posa el ; final a l'ordre,
no s'ensenya el resultat per pantalla.
Per veure'l, no posar el ; final, o be picar el nom de la
variable (matriu...) i fer Intro.

2. MATRIUS I VECTORS

Declaracio d'un vector fila:

w=[2,−1,3];

Declaracio de matrius 2x3:

A=[1,−1,4;2,0,2];

M=[2,1,1;3,−1,4];

Comprovem la mida de la matriu:

size(A)

Declaracio d'un vector columna:

b=[1;3];

Operacions:

Suma:

S=A+B;

Multiplicacio:

p=A*b;

Producte per escalar:

S7=7*S;

Transposicio:

C=A';

Creem una nova matriu de la forma A|M:

H(:,1:3)=A;
H(:,4:6)=M;

Creem una nova matriu de la forma A

−
M

V(1:2,:)=A;
V(3:4,:)=M;

Creem una matriu 3x3
i ens quedem amb el menor de les files 1,2 i columnes 2,3:

P=M'*A;

Men=P(1:2,2:3);

Mirem el rang de la matriu:

rank(P)

Ara el mateix, amb marge d'error preestablert:

Perturbem una mica el terme (1,2) de P:

P(1,2)=P(1,2)+1e−5;

Ara comparem:

rank(P)

i

rank(P,1e−4)

3. SISTEMES D'EQUACIONS LINEALS

Resol el sistema A|b:

x=A\b;

Ull! El sistema era compatible indeterminat, i ens ha donat
nomes una solucio.

Resol el sistema M'|w':

y=M'\b';

Ull! Aquest sistema era incompatible, ens ha donat la solucio
mes aproximada pel metode de minims quadrats.

Per a saber si ens esta donant la solucio unica, o una solucio
en un sistema compatible indeterminat, o una aproximacio per minims
quadrats en un sistema incompatible, cal demanar a Octave quins
rangs tenen les matrius A i A|b i aplicar el teorema de Rouche−Frobenius:

rank(M')

Amp(:,1:2)=M';
Amp(:,3)=w';

rank(Amp)

Exercici: fer una funcio rouche(A,b) en Octave que retorni els
rangs de A i de A|b.

Calcula la inversa de la matriu P:

```
IP=inv(P);


4. SUBESPAIS VECTORIALS

A partir de generadors: posem els generadors d'un subespai F
com a columnes d'una matriu A i obtenim una matriu Q que te per
columnes una base ortonormal de F:

F=[2,1,-1,4;1,3,1,1;3,4,0,5]; (els generadors com a files)

A=F';                          (els posem com a columnes)

Q=orth(A);                     (la base ortonormal de F com a columnes)


A partir d'equacions: posem els coeficients de les equacions
d'un subespai G com a files d'una matriu A ( G te equacions (A|0) ),
i obtenim una base ortonormal de G com a columnes de la matriu Z:

A=[2,1,-1;1,3,2];

Z=null(A);

Observacio: les columnes de Z son una base del nucli de A

Suma de F i G: unir les matrius que tenen per columnes els
generadors de cada espai (explicat a 2.)

Interseccio de F i G: unir les matrius que tenen per files
les equacions de F i G (explicat a 2.)


Canvis de base:

Matriu de canvi de base  v_1=(2,-1),v_2=(-1,2) a base canonica:

Cve=[2,-1;-1,2]';

Idem de la base w_1=(1,1),w_2=(-2,1) a canonica:

Cwe=[1,1;-2,1]';

Matriu de canvi de la base canonica a w:

Cew=inv(Cwe);

Matriu de canvi de la base v a la base w:

Cvw=Cew*Cve;


5. APLICACIONS LINEALS

Canvis de base: multiplicar la matriu de l'aplicacio
per les matrius de canvi de base segons acabem de
descriure.

Rang de l'aplicacio que te matriu A en bases qualsevols:

rank(A)

(ull amb els problemes de precissio indicats a 2.)

Nucli: Base ortonormal del nucli de l'aplicacio amb matriu A
```



```
(tot en bases canoniques u almenys ortonormals), presentada
com columnes de la matriu Z:

Z=null(A);

Imatge: base ortonormal de la imatge de l'aplicacio amb matriu
A (en bases canoniques, o almenys ortonormals), presentada com
columnes de la matriu Q

Q=orth(A);


6. DETERMINANTS, POLINOMIS, COMPLEXES

Determinant de la matriu A:

det(A)


Zeros del polinomi 2x^4-x^3-2x^2+x+6

p=[2,-1,-2,1,6];   (el polinomi donat com a vector)

s=roots(p);   (un vector amb els zeros, poden ser complexes)

Nombres complexes: s'opera com amb els reals

(1-i)^4

(5-7i)/(2+i)


7. DIAGONALITZACIO

Troba la forma diagonal D i la matriu amb la base de VEPs
per columnes C per una matriu quadrada A:

[C,D]=eig(A);

Calcula el polinomi caracteristic de A (amb el signe
canviat, fa det(t*Id-A)), presentant els seus coeficiens
de grau mes gran a mes petit com a vector:

p=poly(A);
```